Site de Maths au collège anissmaths www.anissmaths.ma	**Développement et factorisation** **1ASC** **Mathématiques**	ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⴰⵖⵔⵉⴱ ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⴷ ⵓⵙⵉⵍⵖ ⴰⵣⵣⵓⵍⴰⵏ المملكة المغربية إرة التربية الوطنية لتكوين المهني Académie Régionale d'Education et de Formation Région de Casablanca - Settat Délégation de Mohammedia

I_ Développement :

1/ Définition :

Le développement c'est l'écriture d'un produit en une somme ou en une différence.

2/ Propriétés :

a)_ Produit d'un nombre par une somme :

Soient a, b et k des nombres relatifs.

$$k\times(a+b)=k\times a+k\times b$$

$$(a+b)\times k=k\times a+k\times b$$

*/ Exemples :

Développons puis calculons :

$$2\times(1+5)=2\times1+2\times5$$
$$=2+10$$
$$=12$$

;;

$$(-10+3)\times(-1,5)=-1,5\times(-10)+(-1,5)\times3$$
$$=15+(-4,5)$$
$$=15-4,5$$
$$=10,5$$

b)_ Produit d'un nombre par une différence :

Soient a, b et k des nombres relatifs.

$$k\times(a-b)=k\times a-k\times b$$

$$(a-b)\times k=k\times a-k\times b$$

*/ Exemples :

Développons puis calculons :

$$1,2\times(10-2)=1,2\times10-1,2\times2$$
$$=12-2,4$$
$$=9,6$$

;;

$$(-8-5)\times(-4)=-4\times(-8)-(-4)\times5$$
$$=32-(-20)$$
$$=32+20$$
$$=52$$

c)_ Produit de deux sommes et produit de deux différence :

Soient a, b, c et d des nombres relatifs.

$$(a+b)\times(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

$$(a-b)\times(c-d)=ac-ad-bc+bd$$

*/ Exemples :

Développons puis calculons :

$$\begin{aligned}(2,5+10)(5+1)&=2,5\times5+2,5\times1+10\times5+10\times1\\&=12,5+2,5+50+10\\&=75\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4-12)(15-6)&=4\times15-4\times6-12\times15+12\times6\\&=60-24-180+72\\&=60+72-24-180\\&=132-204\\&=-72\end{aligned}$$

3/ Développement et calcul littéral :

Développons puis réduisons les expressions littérales suivantes lorsque c'est possible :

$$\begin{aligned}A&=2x(x+1)\\&=2x^2+2x\end{aligned}$$

;;

$$\begin{aligned}B&=-3x(-x+1)+x(2x+4)\\&=3x^2-3x+2x^2+4x\\&=3x^2+2x^2-3x+4x\\&=5x^2+x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C&=(2x-1)(-3x-2)\\&=6x^2-4x+3x+2\\&=6x^2-x+2\end{aligned}$$

;;

$$\begin{aligned}D&=2x(-x^2+3x-1)+2x^2(5x-2)\\&=-2x^3+6x^2-2x+10x^3-4x^2\\&=-2x^3+10x^3+6x^2-4x^2-2x\\&=8x^3+2x^2-2x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2x+1)^2&=(2x+1)(2x+1)\\&=4x^2+2x+2x+1\\&=4x^2+4x+1\end{aligned}$$

;;

$$\begin{aligned}(3x-2)^2&=(3x-2)(3x-2)\\&=9x^2-6x-6x+4\\&=9x^2-12x+4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4x-5)(4x+5)&=16x^2+20x-20x-25\\&=16x^2-25\end{aligned}$$

II_ Factorisation :

1/ Définition :

La factorisation c'est l'écriture d'une somme ou d'une différence en un produit

2/ Propriétés :

Soient a, b et k des nombres relatifs.

$$k\times a+k\times b=k\times(a+b)$$

$$k\times a-k\times b=k\times(a-b)$$

k est appelé facteur commun

*/ Remarque : Pour factoriser on cherche d'abord le facteur commun.

3/ Exemples :

Factorisons puis calculons :

$$\begin{aligned} a &= 2\times 7+2\times 11 \\ &= 2(7+11) \\ &= 2\times 18 \\ &= 36 \end{aligned}$$

;;

$$\begin{aligned} b &= -5\times(-10)-(-5)\times 22 \\ &= -5(-10-22) \\ &= -5\times(-32) \\ &= 160 \end{aligned}$$

4/ Factorisation et calcul littéral :

Factorisons les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A &= 3a^3b^4+7a^2b^7c \\ &= a^2b^4(3a+7b^3c) \end{aligned}$$

;;

$$\begin{aligned} B &= 12a^5b^4c^2+6a^2b^2c^2-18a^4b^3c^4 \\ &= 6a^2b^2c^2(2a^3b^2+1-3a^2bc^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 6x^4+4x^2-2x \\ &= 2x(3x^3+2x-1) \end{aligned}$$

;;

$$\begin{aligned} D &= 2x(x+1)+3(x+1) \\ &= (x+1)(2x+3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= (2x+3)^2+3x(2x+3)-(2x+3) \\ &= (2x+3)(2x+3)+3x(2x+3)-(2x+3) \\ &= (2x+3)(2x+3+3x-1) \\ &= (2x+3)(5x+2) \end{aligned}$$

Les équations

1ASC

Mathématiques

Académie Régionale d'Education et de Formation
Région de Casablanca - Settat
Délégation de Mohammedia

I_ Equation du 1ier degré à une inconnue :

1/ Définition :

Soient a , b et x des nombres relatifs.

Toute égalité de la forme : $ou \begin{cases} x+a=b \\ ax=b \quad (avec \ \ a \neq 0) \end{cases}$

est appelée : équation du premier degré à une inconnue x.

2/ Exemples d'équations :

$x+1,5=3,5$	;;	$-x-7=-4$	;;	$x-2,5=12$	;;	$-x+2=0$
$3x=15$	;;	$-2x=-11$	;;	$-7x=21$	;;	$2,5x=0$

3/ Résoudre une équation :

a/ Règle :

Résoudre une équation du premier degré à une inconnue x c'est :
trouer la valeur de l'inconnue x qui s'appelle la solution de l'équation.

b/ Résolution de l'équation $x+a=b$:

b_1) _ Règle :

Pour résoudre l'équation $x+a=b$, on ajoute à b l'opposé de a .
On écrit : $x=b-a$.

b_2) _ Exemples :

1/ L'équation $2,5+x=5$ est respectivement équivalente à :

$x=5-2,5$

$x=2,5$

D'où la solution de cette équation est : $2,5$.

2/ L'équation $x-11=-2$ est respectivement équivalente à :

$x=-2+11$

$x=9$

D'où la solution de cette équation est : 9

3/ L'équation $7-x=14,6$ est respectivement équivalente à :

$-x=14,6-7$

$-x=7,6$

$x=-7,6$

D'où la solution de cette équation est : $-7,6$.

4/ L'équation $-x-9=-12$ est respectivement équivalente à :

$-x=-12+9$

$-x=-3$

$x=3$

D'où la solution de cette équation est : 3.

5/ L'équation $x+5=0$ est équivalente à :

$x=0-5$

$x=-5$

D'où la solution de cette équation est : -5.

6/ L'équation $-11-x=0$ est respectivement équivalente à :

$-x=0+11$

$-x=11$

$x=-11$

D'où la solution de cette équation est : -11.

c/ Résolution de l'équation $ax=b$ $(a\neq 0)$:

c_1) _ Règle :

Pour résoudre l'équation $ax=b$ $(a\neq 0)$, on divise b par a.

On écrit : $x=\dfrac{b}{a}$.

c_2) _ Exemples :

1/ L'équation $2x=4$ est respectivement équivalente à :

$$x=\frac{4}{2}$$
$$x=2$$

D'où la solution de cette équation est : 2.

2/ L'équation $-5x=12$ est respectivement équivalente à :

$$-x=\frac{12}{5}$$
$$-x=2,4$$
$$x=-2,4$$

D'où la solution de cette équation est : $-2,4$.

3/ L'équation $-6x=-9$ est respectivement équivalente à :

$$-x=\frac{-9}{6}$$
$$-x=-1,5$$
$$x=1,5$$

D'où la solution de cette équation est : $1,5$.

4/ Méthodes et techniques :

a/ Propriété 1 :

Si on ajoute ou on retranche le même nombre aux deux membres d'une équation on obtient une nouvelle équation.

*/ Exemples :

1/ L'équation $2x+1=x-6$ est respectivement équivalente à :

$$2x+1-1=x-6-1$$
$$2x=x-7$$
$$2x-x=x-x-7$$
$$x=-7$$

D'où la solution de cette équation est : -7.

2/ L'équation $5x-5=2x-20$ est respectivement équivalente à :

$$5x-2x=-20+5$$
$$3x=-15$$
$$x=\frac{-15}{3}$$
$$x=-5$$

D'où la solution de cette équation est : -5.

3/ L'équation $2(2x+1)=5(x-5)$ est respectivement équivalente à :

$$4x+2=5x-25$$
$$4x-5x=-25-2$$
$$-x=-27$$
$$x=27$$

D'où la solution de cette équation est : 27.

4/ L'équation $2x-3(x-4)+5(x+3)=0$ est respectivement équivalente à :

$$2x-3x+12+5x+15=0$$
$$2x-3x+5x=-12-15$$
$$4x=-27$$
$$x=\frac{-27}{4}$$
$$x=-6,75$$

D'où la solution de cette équation est : $-6,75$.

b/ Propriété 2 :

Si on multiplie ou on divise les deux membres d'une équation par le même nombre relatif non nul on obtient une nouvelle équation.

*/ Exemples :

1/ L'équation $\frac{2x+1}{3}=x-5$ est respectivement équivalente à :

$$\cancel{3}\times\frac{2x+1}{\cancel{3}}=3\times(x-5)$$
$$2x+1=3x-15$$
$$2x-3x=-15-1$$
$$-x=-16$$
$$x=16$$

D'où la solution de cette équation est : 16

2/ L'équation $\frac{2x-1}{2}=\frac{x+1}{3}$ est respectivement équivalente à :

$$\frac{3(2x-1)}{6}=\frac{2(x+1)}{6}$$
$$3(2x-1)=2(x+1)$$
$$6x-3=2x+2$$
$$6x-2x=2+3$$
$$4x=5$$
$$x=\frac{5}{4}$$
$$x=1,25$$

D'où la solution de cette équation est : $1,25$.

3/ L'équation $\frac{x+1}{2}+x=\frac{3x-1}{4}$ est respectivement équivalente à :

$$\frac{2(x+1)}{4}+\frac{4\times x}{4}=\frac{3x-1}{4}$$
$$2(x+1)+4x=3x-1$$
$$2x+2+4x=3x-1$$
$$2x+4x-3x=-1-2$$
$$3x=-3$$
$$x=\frac{-3}{3}$$
$$x=-1$$

D'où la solution de cette équation est : -1.

II_ Résolution de problèmes :

1/ Règle :

Pour résoudre un problème on suit les étapes suivantes :

1/ Choix de l'inconnue.

2/ Mise en équation.

3/ Résolution de l'équation et vérification.

4/ Retour au problème.

2/ Exemples :

$a)$_ Exemple 1 :

Said a deux ans de plus que sa sœur Amal.
Après 5 ans la somme de leurs âges sera 40 ans.
Quel est l'âge de chacun d'entre eux maintenant ?

Solution :

1/ Choix de l'inconnue :

Soit x l'âge de Amal maintenant.

2/ Mise en équation :

Puisque l'âge de Amal maintenant est x, alors l'âge de Said est $(x+2)$.
Après 5 ans : L'âge de Amal sera $(x+5)$ et celui de Said sera $((x+2)+5)$.
Et puisque la somme de leurs âges sera 40 ans , alors l'équation est :

$$(x+5)+((x+2)+5)=40$$

3/ Résolution de l'équation :

L'équation est respectivement équivalente à :

$$x+5+x+2+5=40$$
$$x+x=40-5-2-5$$
$$2x=28$$
$$x=\frac{28}{2}$$
$$x=14$$

D'où la solution de cette équation est 14.

4/ Retour au problème :

L'âge de Amal est : 14 ans
L'âge de Said est : 16 ans

b)_ Exemple 2 :

Dans une classe de 1AC le nombre d'élèves est 32 filles et garçons.
Quel est le nombre de filles et le nombre de garçons sachant que les garçons représentent un tiers des filles ?

Solution :

1/ Choix de l'inconnue :

Soit x le nombre des filles.

2/ Mise en équation :

Puisque les garçons présentent un tiers des filles, alors le nombre de garçons est : $\frac{1}{3}x$.

Et puisque le nombre d'élèves est 32, alors l'équation est : $x+\frac{1}{3}x=32$.

3/ Résolution de l'équation :

L'équation est respectivement équivalente à :

$$x+\frac{1}{3}x=32$$

$$\frac{3\times x}{3}+\frac{1\times x}{3}=\frac{32\times 3}{3}$$

$$3x+x=96$$

$$4x=96$$

$$x=\frac{96}{4}$$

$$x=24$$

D'où la solution de cette équation est 24.

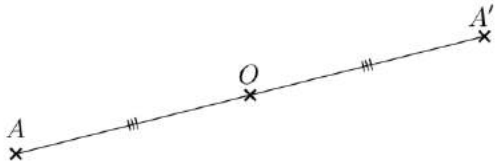
4/ Retour au problème :

Le nombre de filles est : 24.
Le nombre de garçons est : 8

I_ Le symétrique d'un point :

1/ Exemple :

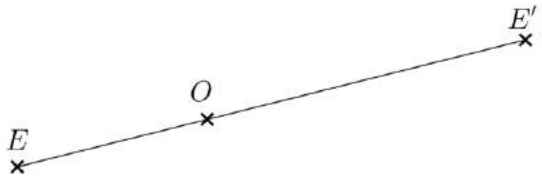
Soient A et O deux points distincts.
Traçons le A' tel que O soit le milieu du segment $[AA']$.



On appelle A' : Le symétrique du point A par rapport au point O.

2/ Contre-exemple :

On considère la figure suivante :



E' n'est pas le symétrique du point E par rapport au point O , car d'après la figure O n'est pas le milieu du segment $[EE']$.

3/ Définition :

Soient A et O deux points distincts.
Dire que le point A' est le symétrique du point A par rapport au point O
Signifie que O est le milieu du segment $[AA']$.

*/ Remarques :

-*- O est appelé centre de symétrie.

-*- Si A' est le symétrique du point A par rapport à O, alors A est aussi le symétrique du point A' par rapport à O et on dit que : A et A' sont symétriques par rapport à O.

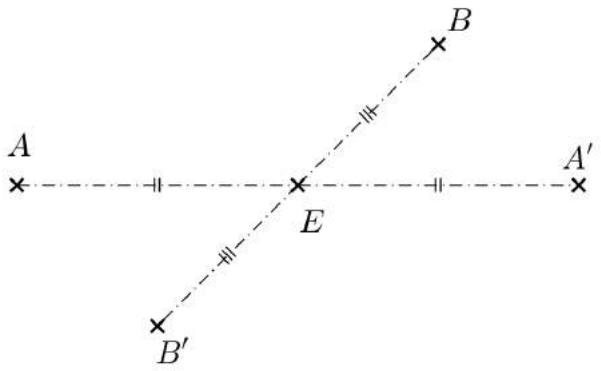
II_ Propriétés :

1/ Conservation de la distance :

a)_ Exemple :

Soient A , B et E trois points non alignés tels que : $AB = 5\,cm$.

A' et B' sont les symétriques respectifs des points A et B par rapport à E.



En utilisant la règle on remarque que : $A'B' = 5\,cm$

On dit que : la symétrie centrale conserve la distance entre les points.

b)_ Propriété :

Si A' et B' sont les symétriques respectifs des points A et B par rapport à un point , alors : $AB = A'B'$.

*/ Application

Soit ABC est un triangle tel que $BC = 5\,cm$.

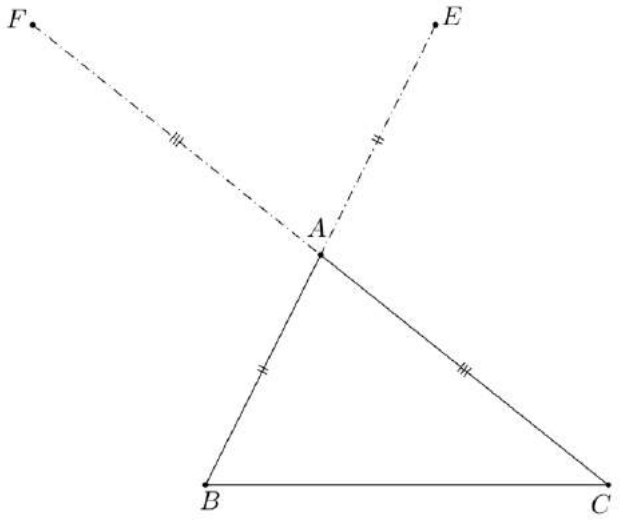
E et F sont les symétriques respectifs des points B et C par rapport à A.

1/ Tracer une figure.

2/ Calculer EF en justifiant la réponse.

Solution :

1/ La figure :



2/ Calculons EF :

On a :

*/ Le symétrique de B par rapport à A c'est E.

*/ Le symétrique de C par rapport à A c'est F.

Doc : $EF = BC$.

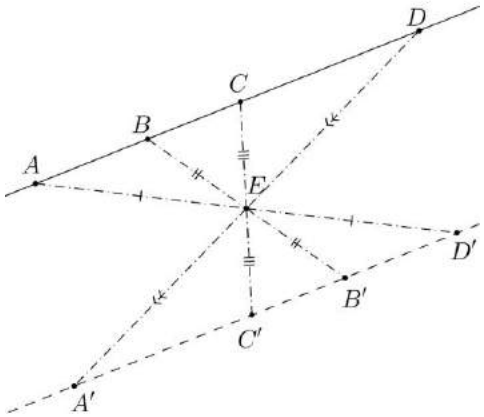
Et puisque $BC = 5\,cm$, alors : $\boxed{EF = 5\,cm}$.

2/ Conservation d'alignement de points :

a)_ Exemple :

Soient A , B , C et D quatre points alignés, et soit E un point non aligné avec les points A , B , C et D.

A' , B' , C' et D' sont les symétriques respectifs des points A , B , C et D par rapport à E.



On remarque que les points A' , B' , C' et D' sont aussi des points alignés.

On dit que la symétrie centrale conserve l'alignement des points.

b)_ Propriété :

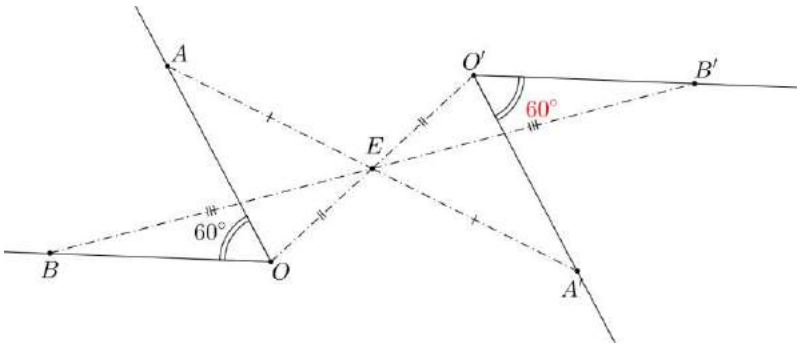
Les symétriques des points alignés, par rapport à un point sont aussi des points alignés.

2/ Conservation des mesures d'angles :

a)_ Exemple :

Soit $A\hat{O}B$ un angle tel que : $A\hat{O}B = 60^\circ$ et soit E un point tel que : $E \notin A\hat{O}B$.

A' , O' et B' sont les symétriques respectifs des points A , O et B par rapport à E.



En utilisant le rapporteur on remarque que : $A'\hat{O}'B' = 60^\circ$.
On dit que la symétrie centrale conserve la mesure d'angles.

b)_ Propriété :

Si A', O' et B' sont les symétriques respectifs des points A, O et B par rapport à un point, alors : $A\hat{O}B = A'\hat{O}'B'$.

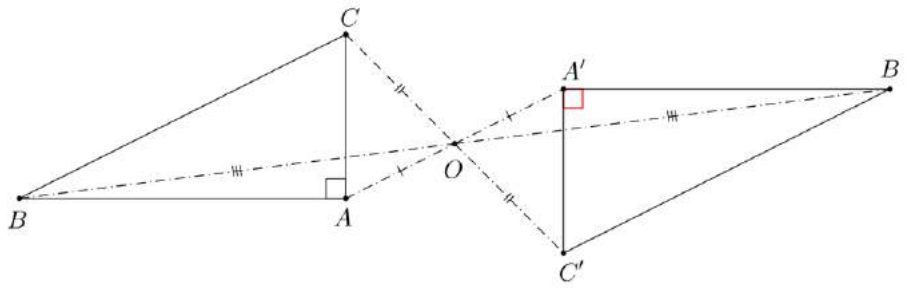
*/ Application

Soit ABC un triangle rectangle en A et soit O un point.
A', B' et C' sont les symétriques respectifs des points A, B et C par rapport à O

1/ Tracer une figure.
2/ Montrer que le triangle $A'B'C'$ est rectangle en A'.

Solution :

1/ La figure :



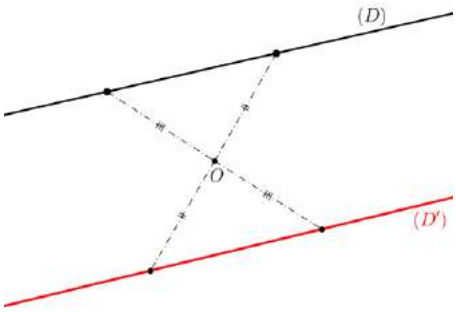
2/ Montrons que le triangle $A'B'C'$ est rectangle en A'.
On sait que :
B' est le symétrique de B par rapport à O.
A' est le symétrique de A par rapport à O.
C' est le symétrique de C par rapport à O.
Donc : $B'\hat{A}'C' = B\hat{A}C$
Est puisque $B\hat{A}C$ est un angle droit, alors $B'\hat{A}'C'$ est aussi un angle droit.
D'où : le triangle $A'B'C'$ est rectangle en A'.

III_ Les symétriques de quelques figures :

1/ Le symétrique d'une droite :

Soient (D) une droite et O un point.
Traçons (D') le symétrique de (D) par rapport à O.

a)_ 1er cas : Supposons que : $O \notin (D)$.



On remarque que : les droites (D) et (D') sont strictement parallèles.

On dit que : (Propriété 1)

> Le symétrique d'une droite (D) par rapport à un point O tel que : $O \notin (D)$, est la droite (D') strictement parallèle à (D)

b)_ 2ème cas : Supposons que : $O \in (D)$.

On remarque que : les droites (D) et (D') sont confondues.

On écrit : $(D) = (D')$

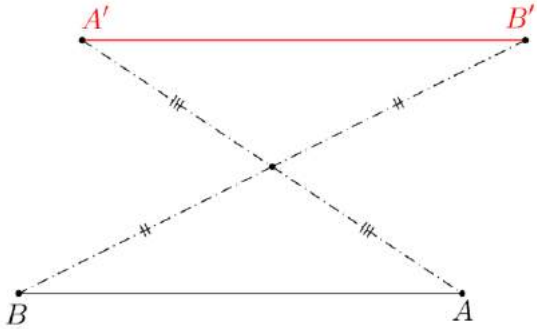
On dit que : (Propriété 2)

> Le symétrique d'une droite (D) par rapport à un point O tel que : $O \in (D)$, est la droite (D) elle-même.

2/ Le symétrique d'un segment :

Soient $[AB]$ un segment et O un point tel que $O \notin [AB]$.

Traçons le segment $[A'B']$ le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à O.



Montrons que les segments $[AB]$ et $[A'B']$ sont isométriques (égaux):

On sait que A' et B' sont les symétriques respectifs des points A et B par rapport à O.

Donc : $A'B' = AB$

D'où les segments $[AB]$ et $[A'B']$ sont isométriques (égaux).

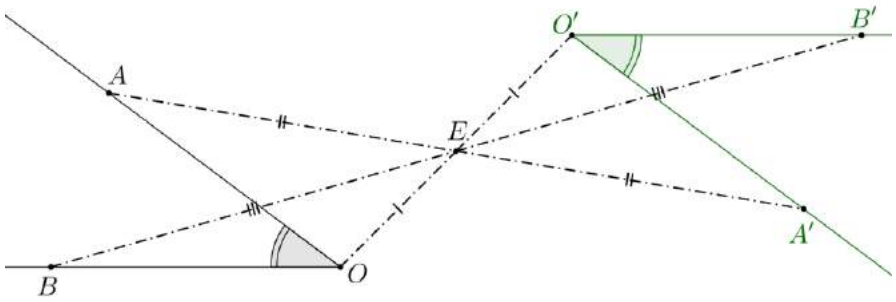
On dit que : (Propriété 3)

> Le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment qui lui est isométrique (égal).

3/ Le symétrique d'un angle :

Soient $A\hat{O}B$ un angle et E un point.

Traçons l'angle $A'\hat{O}'B'$ le symétrique de l'angle $A\hat{O}B$ par rapport à E.



Montrons que les angles $A\hat{O}B$ et $A'\hat{O}'B'$ sont isométriques (égaux) :

On sait que A', O' et B' sont les symétriques respectifs des points A , O et B par rapport à E.

Donc : $A'\hat{O}'B' = A\hat{O}B$

D'où les angles $A\hat{O}B$ et $A'\hat{O}'B'$ sont isométriques (égaux).

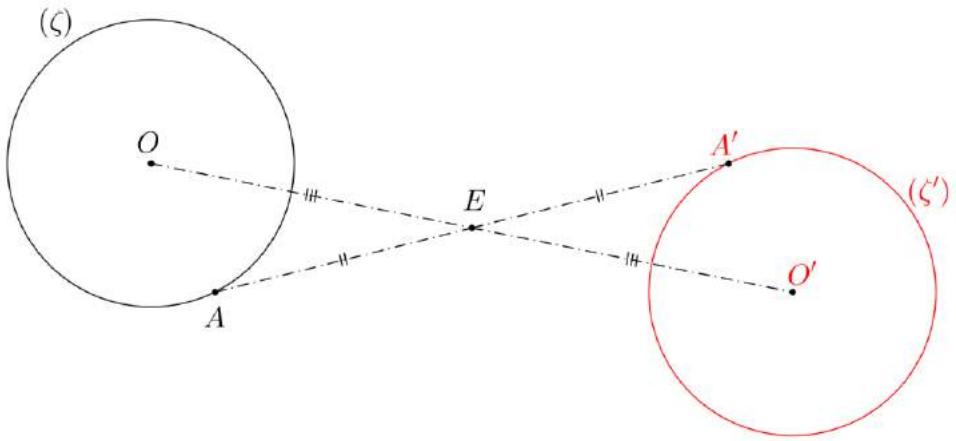
On dit que : (Propriété 4)

> Le symétrique d'un angle par rapport à un point est un angle qui lui est isométrique (égal).

4/ Le symétrique d'un cercle :

Soient (ζ) un cercle de centre O et de rayon r et E un point.

Traçons le cercle (ζ') le symétrique du cercle (ζ) par rapport à E.



Montrons que les cercles (ζ) et (ζ') ont même rayon r :

On sait que O' et A' sont les symétriques respectifs des points O et A par rapport à O.

Donc : $O'A' = OA$.

Et puisque $OA = r$, alors $O'A' = r$

D'où les cercles (ζ) et (ζ') ont même rayon r.

On dit que : (Propriété 5)

Le symétrique d'un cercle (ζ) de centre O et de rayon r par rapport à un point E est le cercle (ζ') de centre O' (le symétrique de O par rapport à E) et de même rayon r.

Remarque :

Pour tracer le symétrique d'un cercle par rapport à un point, il suffit de tracer le symétrique du centre de ce cercle et de garder le même rayon.

IV_ Le centre de symétrie d'une figure :

1/ Définition :

Soient (F) une figure et O un point.

On appelle O centre de symétrie de (F) lorsque le symétrique de (F) par rapport à O est (F).

2/ Exemples :

a/ Le centre de symétrie d'une droite est un point qui lui appartient.

b/ Le centre de symétrie d'un segment est son milieu.

c/ Le centre de symétrie d'un cercle est son centre.

Le parallélogramme

1ASC

Mathématiques

Académie Régionale d'Education et de Formation
Région de Casablanca - Settat
Délégation de Mohammedia

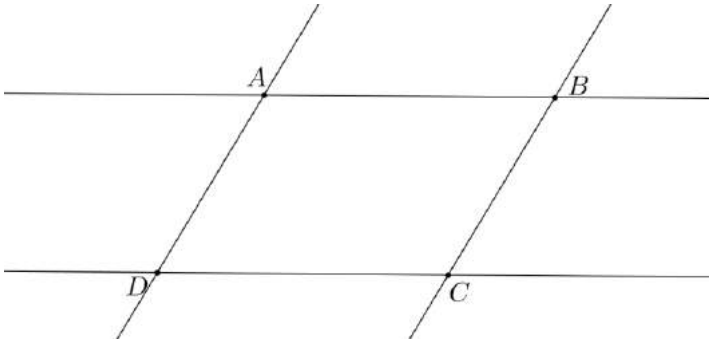
I_ Le parallélogramme :

1/ Définition :

Le parallélogramme est un quadrilatère dont les supports des côtés opposés sont parallèles.

2/ Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme.



II_ Propriétés :

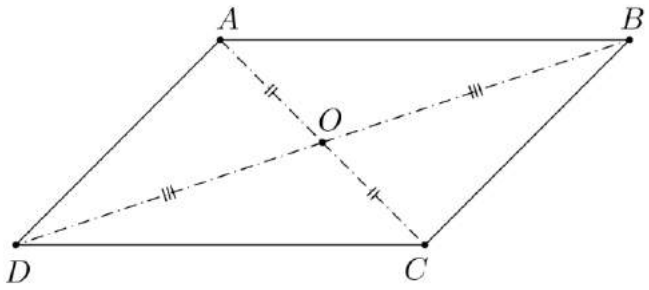
1/ Propriété des diagonales :

a)_ Propriété directe :

Dans un parallélogramme les diagonales se coupent en leur milieu, appelé centre du parallélogramme.

*/ Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O.



b) _ Propriété réciproque :

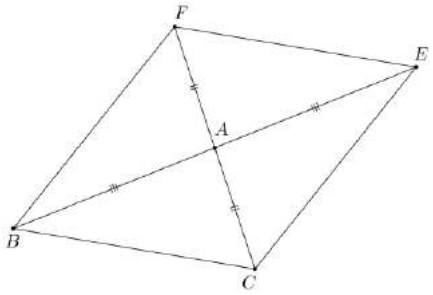
Si dans un quadrilatère les diagonales se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

*/ Application :

Soit ABC un triangle.
E et F sont les symétriques respectifs des points B et C par rapport à A.
1/ Tracer la figure.
2/ Montrer que $BCEF$ est un parallélogramme en déterminant son centre.

Solution :

1/ La figure :



2/ Montrons que $BCEF$ est un parallélogramme.

On sait que :

E est le symétrique de B par rapport à A, donc A est le milieu de $[EB]$
F est le symétrique de C par rapport à A, donc A est le milieu de $[FC]$

D'où : A est le milieu de $[EB]$ et $[FC]$
Conclusion : $BCEF$ est un parallélogramme de centre A.

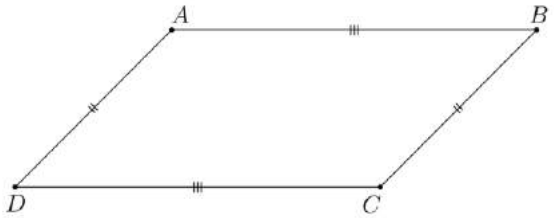
2/ Propriété des côtés opposés :

a) _ Propriété directe :

Dans un parallélogramme les côtés opposés sont isométriques (égaux).

*/ Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme .



b) _ Propriété réciproque :

Si dans un quadrilatère les côtés opposés sont isométriques (égaux), alors c'est un parallélogramme.

*/ Application :

Soit $ABCD$ un rectangle.

1/ Tracer la figure.

2/ Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

Solution :

1/ La figure :

2/ Montrons que $ABCD$ est un parallélogramme.

Puisque $ABCD$ est un rectangle, alors : $AB = CD$ et $AD = BC$

D'où : $ABCD$ est un parallélogramme.

c) _ Propriété réciproque (particulière) :

Si dans un quadrilatère, deux côtés opposés sont isométriques (égaux) et leurs supports sont parallèles, alors c'est un parallélogramme.

*/ Application :

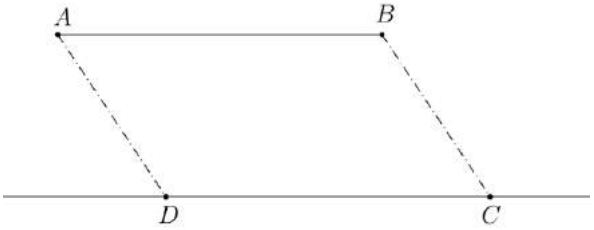
Soient $[AB]$ un segment et C un point tel que $C \notin [AB]$.

1/ Tracer une droite passant par C et parallèle à (AB) puis choisir un point D sur Cette droite tel que : $CD = AB$ et $ABCD$ soit un quadrilatère.

2/ Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

Solution :

1/ La figure :



2/ Montrons que $ABCD$ st un parallélogramme :

On a : $(AB) // (CD)$.

Et puisque $AB = CD$, alors $ABCD$ est un parallélogramme.

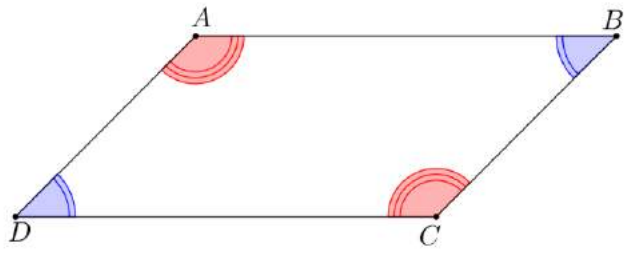
3/ Propriété des angles opposés :

$a)$_ Propriété directe :

Dans un parallélogramme les angles opposés sont isométriques (égaux).

*/ Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme.



On a : $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ et $D\hat{A}B = D\hat{C}B$

b)_ Propriété réciproque :

Si dans un quadrilatère les angles opposés sont isométriques (égaux), alors c'est un parallélogramme.

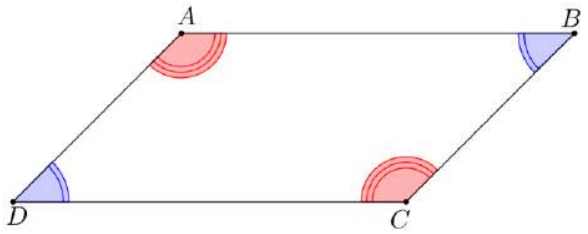
4/ Propriété des angles consécutifs :

$a)$_ Propriété directe :

Dans un parallélogramme les angles consécutifs sont supplémentaires (la somme de leurs mesures égale à 180°).

*/ Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme.



On a :

$A\hat{B}C + B\hat{C}D = 180^\circ$;; $B\hat{C}D + C\hat{D}A = 108^\circ$

$C\hat{D}A + D\hat{A}B = 180^\circ$;; $D\hat{A}B + A\hat{B}C = 180^\circ$

Site de Maths au collège anis maths www.anissmaths.ma	**Les quadrilatères particuliers** **1ASC** **Mathématiques**	ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⴷ ⵓⵙⵉⵍⵖ ⴰⵣⵣⵓⵍⴰⵏ المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني Académie Régionale d'Education et de Formation Région de Casablanca - Settat Délégation de Mohammedia

I_ Le rectangle :

1/ Définition :

Le rectangle est un parallélogramme qui a un angle droit

2/ Exemple :

Soit $ABCD$ un rectangle.

*/ Remarque importante : Toutes les propriétés du parallélogramme s'appliquent au rectangle.

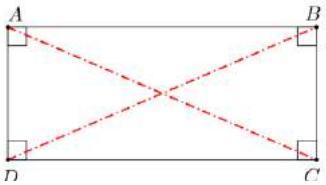
3/ Propriété des diagonales :

a)_ Propriété directe :

Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses diagonales ont même longueur.

*/ Autrement dit :

Si $ABCD$ est un rectangle, alors : $AC = BD$



b)_ Propriété réciproque :

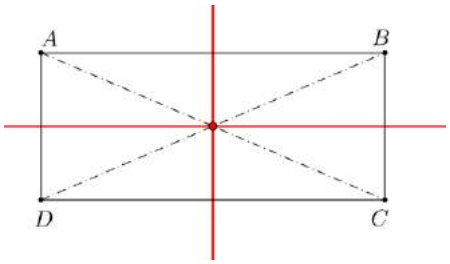
Si les diagonales d'un parallélogramme ont même longueur, alors c'est un rectangle.

*/ Autrement dit :

Si $ABCD$ est un parallélogramme tel que $AC = BD$, alors c'est un rectangle

4/ Axes et centre de symétrie d'un rectangle :

Le rectangle a deux axes de symétrie, sont les médiatrices de ses côtés et un centre de symétrie, c'est son centre



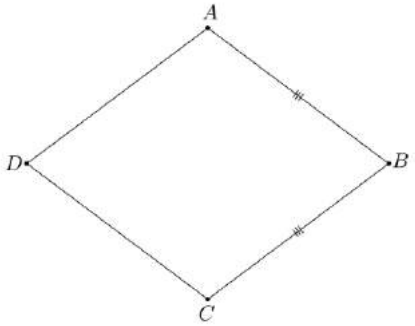
II_ Le losange :

1/ Définition :

Le losange est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur.

2/ Exemple :

Soit $ABCD$ un losange.



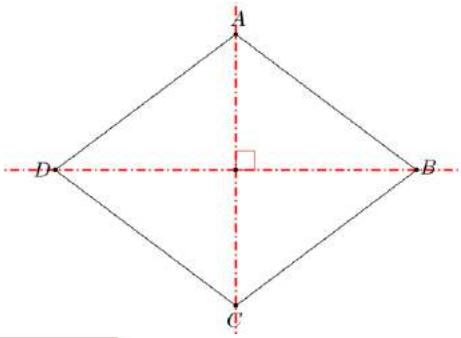
On a : $AB = BC$; $BC = CD$; $CD = DA$; $DA = AB$

*/ Remarque importante : Toutes les propriétés du parallélogramme s'appliquent au losange.

3/ Propriété des diagonales :

a)_ Propriété directe :

Si un quadrilatère est un losange, alors ses diagonales sont perpendiculaires.



*/ Autrement dit :

Si $ABCD$ est un losange, alors : $(AC) \perp (BD)$

b)_ Propriété réciproque :

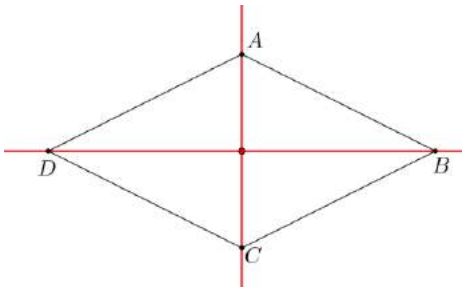
Si les diagonales d'un parallélogramme sont perpendiculaires, alors c'est un losange.

*/ Autrement dit :

Si $ABCD$ est un parallélogramme tel que $(AC) \perp (BD)$, alors c'est un losange.

4/ Axes et centre de symétrie d'un losange :

Le losange a deux axes de symétrie, sont ses diagonales et un centre de symétrie, c'est son centre.



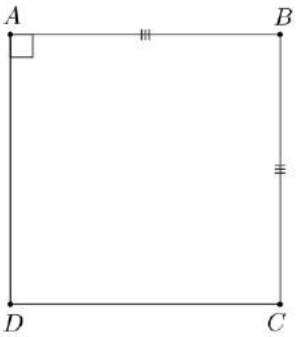
III_ Le carré :

1/ Définition :

Le carré est un parallélogramme qui a un angle droit et deux côtés consécutifs de même longueur

2/ Exemple :

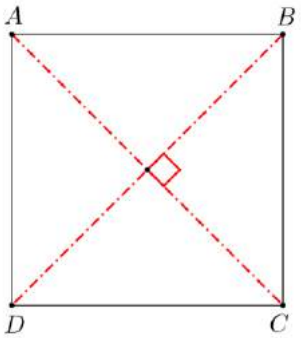
Soit $ABCD$ un carré.



*/ Remarques importantes :

1/ Toutes les propriétés du parallélogramme s'appliquent au carré.
2/ Le carré est à la fois un rectangle et un losange.

3/ Propriété des diagonales :



$a)$_ Propriété directe :

Si un quadrilatère est un carré, alors ses diagonales sont perpendiculaires et ont même longueur.

*/ Autrement dit :

Si $ABCD$ est un carré, alors : $(AC)\perp(BD)$ et $AC = BD$

b)_ Propriété réciproque :

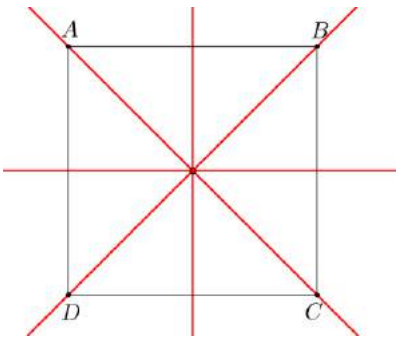
Si les diagonales d'un parallélogramme sont perpendiculaires et ont même longueur, alors c'est un carré.

*/ Autrement dit :

Si $ABCD$ est un parallélogramme tel que $(AC)\perp(BD)$ et $AC = BD$ alors c'est un carré.

4/ Axes et centre de symétrie d'un carré :

Le carré a quatre axes de symétrie, sont ses diagonales et les médiatrices de ses côtés, et un centre de symétrie, c'est son centre

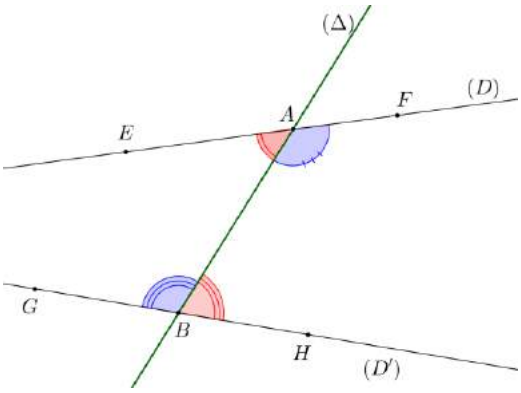


	Angles alternes internes **Angles correspondants**	ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⴷ ⵓⵙⵉⵍⵖ ⴰⵣⵣⵓⵍⴰⵏ المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
	1ASC	Académie Régionale d'Education et de Formation Région de Casablanca - Settat Délégation de Mohammedia
	Mathématiques	

I_ Angles alternes internes :

1/ Exemples :

On considère la figure suivante telle que :
(D) et (D') sont deux droites distinctes coupées par la sécante (Δ).



*/ Les angles $E\hat{A}B$ et $A\hat{B}H$ sont appelés angles alternes internes.
*/ Les angles $A\hat{B}G$ et $F\hat{A}B$ sont appelés angles alternes internes.

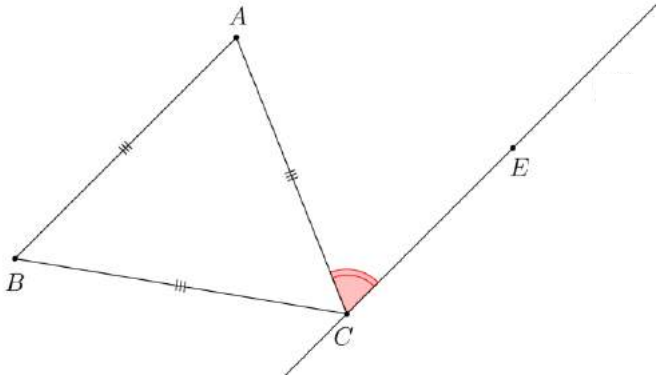
2/ Propriétés :

a)_ Propriété directe :

Si deux droites sont parallèles, alors elles déterminent avec toute sécante des angles alternes internes isométriques (égaux).

*/ Application :

On considère la figure suivante telle que :
ABC est un triangle équilatérale et (EC) // (AB).



Calculons $A\hat{C}E$.

*/ Solution :

On considère les parallèles (AB) et (EC), et la sécante (AC).

On a : $B\hat{A}C$ et $A\hat{C}E$ deux angles alternes internes.

Donc : $B\hat{A}C = A\hat{C}E$.

Et puisque : ABC est un triangle équilatérales, alors : $B\hat{A}C = 60^\circ$.

D'où : $\boxed{A\hat{C}E = 60^\circ}$.

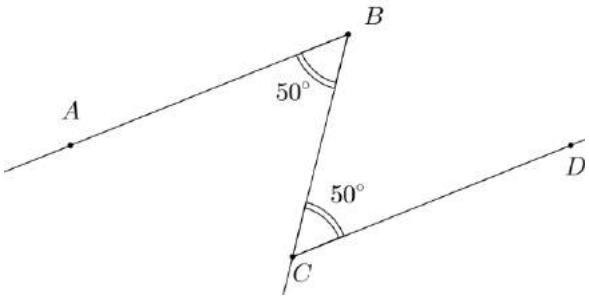
b)_ Propriété réciproque :

Si deux droites déterminent avec une sécant deux angles alternes internes isométriques (égaux), alors elles sont parallèles.

*/ Application :

On considère la figure suivante telle que :

$A\hat{B}C = 50^\circ$ et $B\hat{C}D = 50^\circ$



Montrons que $(AB) // (CD)$.

*/ Solution :

On considère les droites (AB) et (CD), et la sécante (BC).

On a $A\hat{B}C$ et $B\hat{C}D$ sont deux angles alternes internes.

Et puisque $A\hat{B}C = 50^\circ$ et $B\hat{C}D = 50^\circ$, alors : $A\hat{B}C = B\hat{C}D$

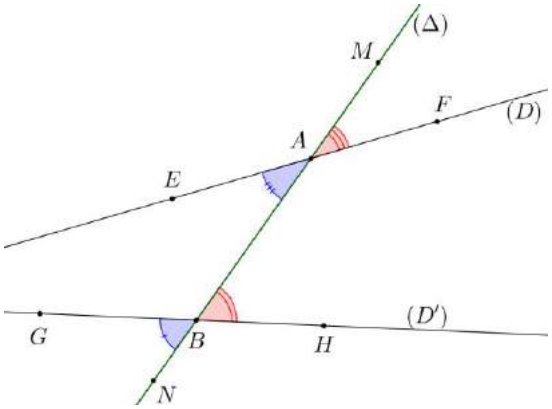
D'où : $(AB) // (CD)$

II_ Angles correspondants :

1/ Exemples :

On considère la figure suivante telle que :

(D) et (D') sont deux droites distinctes coupées par la sécante (Δ).



*/ Les angles $E\hat{A}B$ et $G\hat{B}N$ sont appelés angles correspondants.
*/ Les angles $M\hat{A}F$ et $A\hat{B}H$ sont appelés angles correspondants.

Ainsi que les angles : $F\hat{A}B$ et $H\hat{B}N$;; $M\hat{A}E$ et $A\hat{B}G$.

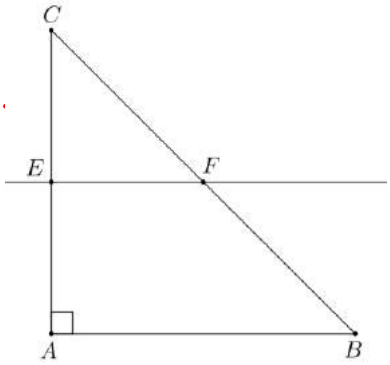
2/ Propriétés :

a)_ Propriété directe :

Si deux droites sont parallèles, alors elles déterminent avec toute sécante des angles correspondants isométriques (égaux).

*/ Application :

On considère la figure ci-contre telle que :
ABC est un triangle rectangle en A et (EF) // (AB).
Montrons que le triangle CEF est rectangle en E.



*/ Solution :

On considère les parallèles (AB) et (EF), et la sécante (AC).

On a : $C\hat{E}F$ et $C\hat{A}B$ sont deux angles correspondants.

Donc : $C\hat{E}F = C\hat{A}B$.

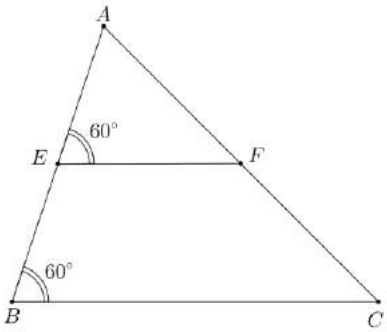
Et puisque $C\hat{A}B$ est un angle droit, alors $C\hat{E}F$ est aussi un angle droit.
D'où : le triangle CEF est rectangle en E.

b)_ Propriété réciproque :

Si deux droites déterminent avec une sécant deux angles correspondants isométriques (égaux), alors elles sont parallèles.

*/ Application :

On considère la figure ci-contre telle que :
$A\hat{E}F = 60^\circ$ et $E\hat{B}C = 60^\circ$
Montrons que (BC) // (EF).



*/ Solution :

On considère les droites (BC) et (EF), et la sécante (AB).

On a : $A\hat{E}F$ et $E\hat{B}C$ sont deux angles correspondants.

Et puisque $A\hat{E}F = 60^\circ$ et $E\hat{B}C = 60^\circ$, alors : $A\hat{E}F = E\hat{B}C$.

D'où : $(AB) // (CD)$

Site de Maths au collège anis maths www.anissmaths.ma	**Cercle et droite** **1ASC** **Mathématiques**	ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⴷ ⵓⵙⵉⵍⵖ ⴰⵣⵣⵓⵍⴰⵏ المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني Académie Régionale d'Education et de Formation Région de Casablanca - Settat Délégation de Mohammedia

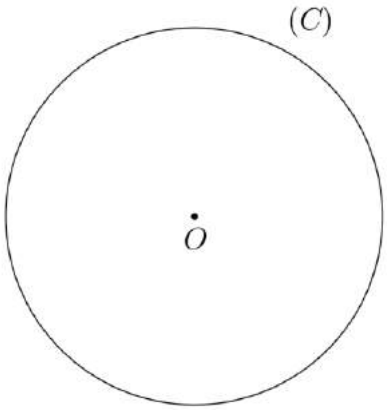
I_ Cercle :

1/ Définition :

Le cercle (C) de centre O et de rayon r est l'ensemble des points du plan situés à la distance r du point O, noté : C(O ;r).

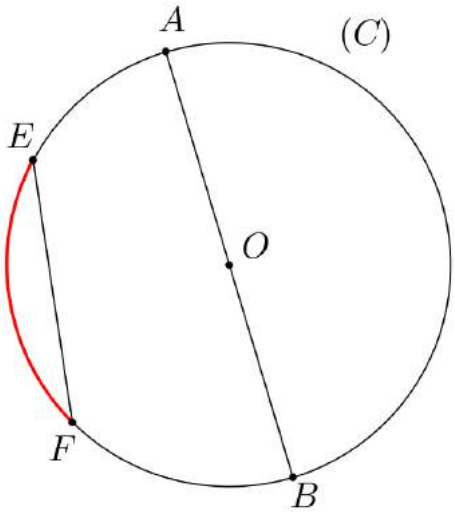
2/ Exemple :

Soit C(O ;3) un cercle.



3/ Corde, Diamètre et Arc :

On considère la figure suivante telle que C(O ;r) un cercle .



*/ Le segment $[EF]$ s'appelle : Corde.

*/ Le segment $[AB]$ s'appelle : Diamètre.

*/ la partie colorée en rouge s'appelle : Arc. Noté : EF

Remarques :

*/ Tout diamètre est une Corde.
*/ Toute corde passant par le centre du cercle est un diamètre.
*/ Le centre du cercle est le milieu de ses Diamètres.

4/ Propriété :

Soient C(O ;r) un cercle et A un point.
Si $A \in (C)$, alors $OA = r$.
Si $OA = r$, alors $A \in (C)$

Application 1 :

Soit C(O ;2,5) un cercle.
On considère le point E tel que : $E \in (C)$.
Calculer OE.

Solution :

On a (C) un cercle de centre O et de rayon $2{,}5\,cm$.
Et puisque $E \in (C)$, alors : $OE = 2{,}5\,cm$.

Application 2 :

Soit C(O ; 6) un cercle.
On considère le point E tel que : $OE = 6\,cm$.
Montrer que $E \in (C)$.

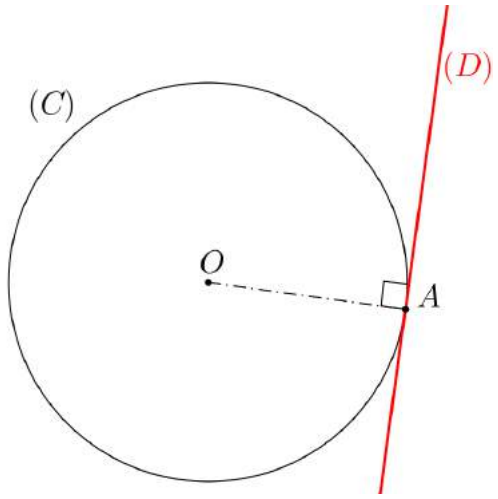
Solution :

On a (C) un cercle de centre O et de rayon $6\,cm$.
Et puisque, $OE = 6\,cm$ alors : $E \in (C)$.

I_ La tangente à un cercle en un point :

1/ Exemple :

On considère la figure suivante telle que :
$C(O;r)$ un cercle, A un point du cercle (C) et (D) la droite perpendiculaire à la droite (OA) en A.



La droite (D) est appelée :
Tangente au cercle (C) en A

2/ Définition :

La tangente à un cercle (C) de centre O en un point A du cercle, est la droite perpendiculaire à la droite (OA) en A.

3/ Propriété :

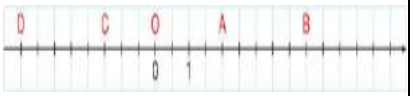
Soient $C(O;r)$ un cercle, E un point et (Δ) une droite.

Si $\begin{cases} E \in (C) \ et \ E \in (\Delta) \\ (OE) \perp (\Delta) \end{cases}$, alors (Δ) est la tangente au cercle (C) en E.

Si (Δ) est la tangente au cercle (C) en E, alors $\begin{cases} E \in (C) \ et \ E \in (\Delta) \\ (OE) \perp (\Delta) \end{cases}$.

Matière : Mathématiques Niveau : 1APIC Semestre : 2	**Repère dans le plan**	Prof : Fouad DARDOURI Collège : ISSABANAN Durée : 5 h

ORIENTATIONS PEDAGOGIQUES	PRÉREQUIS	EXTENSIONS
➢ Le but de ce chapitre n'est pas de répéter ce qui a été enseigné au primaire, mais d'utiliser ces concepts dans les cours d'algèbre et de géométrie de puis le début de l'année. ➢ Les activités de l'organisation et la collecte d'informations développent pour l'étudiant ce qui suit : • Comprendre la relation entre un nombre et un point sur une droite graduée par des entiers, puis l'utilisation des nombres décimaux relatifs. • Lier la distance entre deux points d'une droite graduée et la différence de deux nombres. • Connaître la position d'un point dans un plan muni d'un repère orthogonal.	➢ Les nombres décimaux relatifs : présentation, comparaison et ordre. ➢ Les nombres décimaux relatifs : somme et différence. ➢ Projection orthogonale d'un point sur une droite graduée.	➢ Proportionnalité. ➢ Statistique. ➢ Représentations graphiques de données. ➢ Lire des informations à partir d'une représentation graphique.
	COMPÉTENCES EXIGIBLES	
	➢ Déterminer la distance de deux points d'abscisses données sur une droite graduée. ➢ Dans le plan muni d'un repère orthogonal : • Lire les coordonnées d'un point donné ; • Placer un point de coordonnées données ; • Connaître et utiliser le vocabulaire : origine, coordonnées, abscisse, ordonnée.	

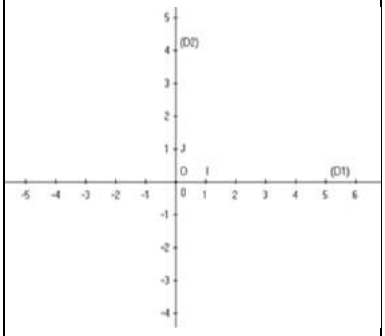
Activités	Contenu pédagogique	Applications
Activité 1 : On considère la droite graduée ci-contre : 1) Donner les abscisses des points A et B de la droite graduée ? 2) Calculer $x_A - x_B$? 3) En utilisant l'instrument convenable, calculer la distance entre les deux points A et B ? 4) Que remarques-tu ?	1) La distance de deux points sur une droite graduée : **Définition** Sur une droite graduée, la distance de deux points d'abscisses données est égale à la différence entre la plus grande abscisse et la plus petite. **Exemple :** Soit la droite graduée suivantes : On a $A(4)$ et $B(-3)$. Donc la distance entre A et B est : $AB = 4 - (-3) = 4 + 3 = 7$	**Exercice d'application :** On considère la droite graduée ci-contre :  1) Donner les abscisses des points A, B, C, D. 2) Donner les distances AB, CD, AC et BD.

Activité 2 :

1) Soient (D_1) et (D_2) deux droites perpendiculaires en point O.

a. Graduer la droite (D_1) tel que son unité de longueur est [OI].

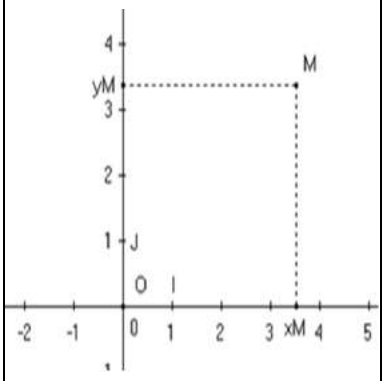
b. Graduer la droite (D_2) tel que son unité de longueur est [OJ].



→ **(O ; I ; J) est appelé un repère orthogonal.**

2) On considère le repère ci-dessous.

- Placer x_M la projection orthogonale du point M sur la droite (D_1) et (D_2).
- Placer y_M la projection orthogonale du point M sur la droite (D_2).



2) Repère dans le plan et les coordonnées d'un point:

Définition 1

Un repère du plan est constitué de deux droites graduées (ou axes) de même origine O.
O est l'origine du repère.

REMARQUE :

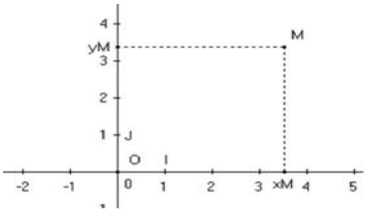
En général, les axes sont perpendiculaires, on dit alors que le repère est orthogonal.

Définition 2

Dans un repère, chaque point est repéré par deux nombres relatifs appelés les coordonnées de ce point. Le premier nombre, lu sur l'axe horizontal, est l'abscisse et le second nombre, lu sur l'axe vertical, est l'ordonnée.

Vocabulaires :

On considère le repère ci-contre :



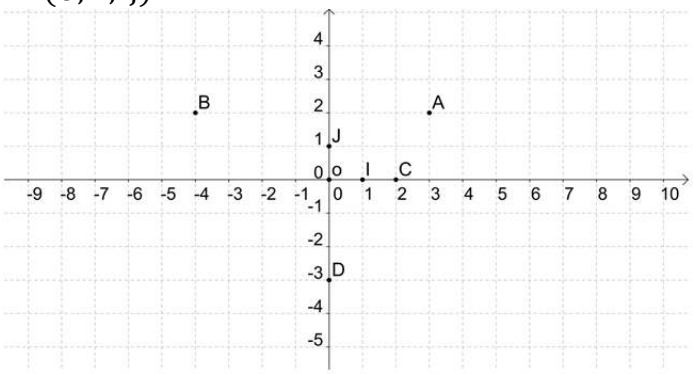
- $(O;\ I\ ;\ J)$ est appelé un repère orthogonal.
- O est l'origine du repère, ses coordonnées sont $(0\ ;\ 0)$.
- (OI) est appelé l'axe des abscisses.
- (OJ) est appelé l'axe des ordonnées.
- Le couple (abscisse ; ordonnée) s'appelle les coordonnées du point.

REMARQUE :

Si OI=OJ alors on dit que $(O;\ I;\ J)$ est un repère orthogonal orthonormé.

Exemples :

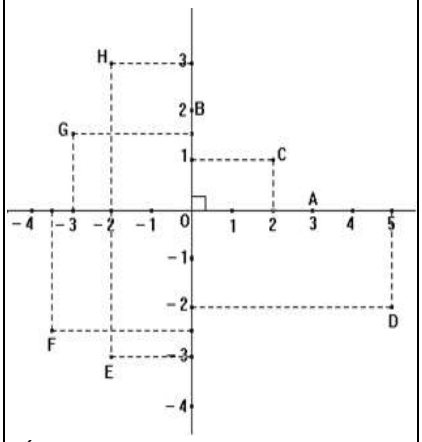
On considère le repère orthogonal orthonormé $(O;\ I;\ J)$ ci-contre :



Les coordonnées du points $A(3\ ;2)$; $B(-4\ ;2)$; $C(2\ ;0)$; $D(0\ ;-3)$; $I(1\ ;0)$ et $J(0\ ;1)$.

Exercice d'application :

1) Dans le repère orthogonal ci-dessous, on a placé les points A, B, C, D, E, F, G et H.



Écrire les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G et H.

2) Sur papier quadrillé, tracer un repère orthogonal d'origine O avec pour unité un carreau sur chaque axe. Puis placer les points : $M(1;-3), N(-2;-4)$, $P(0;3)$ et $Q(0{,}5\ ;0)$.

Proportionnalité

1ASC

Mathématiques

Académie Régionale d'Education et de Formation
Région de Casablanca - Settat
Délégation de Mohammedia

I_ Reconnaitre la proportionnalité :

1/ Définition :

Dire les nombres a, b, et c sont respectivement proportionnels aux nombres x, y et z signifie que : lorsqu'on multiplie x, y et z par le même nombre non nul k On obtient les nombres a, b, et c

C'est-à-dire : $\begin{cases} a = x \times k \\ b = y \times k \\ c = z \times k \end{cases}$. le nombre k s'appelle coefficient de proportionnalité.

2/ Exemple :

Les nombres 6 ; 15 et 21 sont respectivement proportionnels aux nombres 2 ; 5 et 7.

Car : $\begin{cases} 6 = 2 \times 3 \\ 15 = 5 \times 3 \\ 21 = 7 \times 3 \end{cases}$.

3 est le coefficient de proportionnalité.

3/ Contre-exemple :

Les nombres 6; 22 et 40 ne sont pas respectivement proportionnels aux nombres 3; 11 et 15.

Car : $\begin{cases} 6 = 3 \times 2 \\ 22 = 11 \times 2 \\ 40 \neq 15 \times 2 \end{cases}$.

II_ Situations de proportionnalités :

1/ Tableau de proportionnalité :

a) _ Définition :

Un tableau est dit de proportionnalité lorsque les nombres de la deuxième ligne sont proportionnels avec les nombres de la première ligne.

b) _ Exemple :

Montrons si le tableau suivant est un tableau de proportionnalité :

1	3	7	9
4	12	28	36

On a : $\begin{cases} 4 = 1\times 4 \\ 12 = 3\times 4 \\ 28 = 7\times 4 \\ 36 = 9\times 4 \end{cases}$

Donc les nombres 1 ; 3 ; 7 et 9 sont respectivement proportionnels aux nombres 4 ; 12 ; 28et 36

D'où : on a un tableau de proportionnalité.

4 est le coefficient de proportionnalité.

b) _ Contre-exemple :

Montrons si le tableau suivant est un tableau de proportionnalité :

2	4	7	11
10	20	14	55

On a : $\begin{cases} 10 = 2\times 5 \\ 20 = 4\times 5 \\ 14 \neq 7\times 5 \\ 55 = 11\times 5 \end{cases}$

Donc les nombres 2 ; 4 ; 7 et 11 ne sont pas respectivement proportionnels aux nombres 10 ; 20 ; 14 et 55

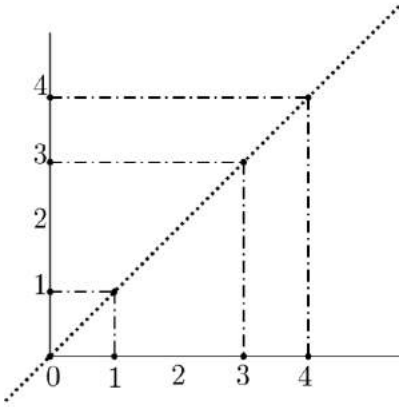
D'où on a un tableau de non proportionnalité.

2/ Un graphique de proportionnalité :

a) _ Définition :

Un graphique est dit de proportionnalité lorsque tous les points sont alignés avec l'origine du repère.

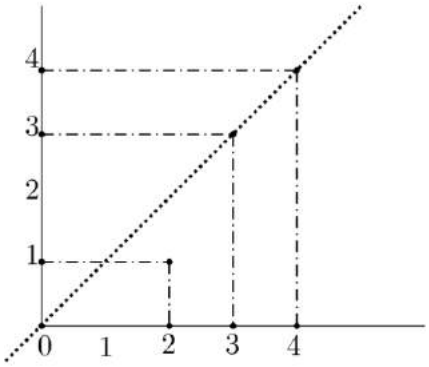
b) _ Exemple :



On remarque que tous les points de ce graphique Sont alignés avec l'origine du repère.

Donc on a un graphique de proportionnalité.

b) _ Contre-exemple :



On remarque que tous les points de ce graphique ne sont pas alignés avec l'origine du repère.

Donc on a un graphique de non proportionnalité.

3/ Quatrième proportionnelle :

a) _ Définition :

Dans un tableau de proportionnalité, si on connait trois valeurs sur quatre, alors on peut calculer la quatrième appelée quatrième proportionnelle.

b) _ Exemples :

On considère les tableaux suivants :

2	6
x	12

8	y
4	5

3	9
2	z

t	6
11	3

Calculons $x ; y ; z$ et t.

On a :

$$x = \frac{2 \times 12}{6} \quad ; \quad y = \frac{8 \times 5}{4} \quad ; \quad z = \frac{2 \times 9}{3} \quad ; \quad t = \frac{11 \times 6}{3}$$

$$x = \frac{24}{6} \quad ; \quad y = \frac{40}{4} \quad ; \quad z = \frac{18}{3} \quad ; \quad t = \frac{66}{3}$$

$$\boxed{x = 4} \quad ; \quad \boxed{y = 10} \quad ; \quad \boxed{z = 6} \quad ; \quad \boxed{t = 22}$$

4/ Pourcentage :

a) _ Comment on calcule un pourcentage :

Dans une classe il y a 30 élèves dont 12 sont des filles.
Calculons le pourcentage des filles dans cette classe.

On considère le tableau suivant :

30	100
12	x

On a :

$$x = \frac{12 \times 100}{30}$$

$$x = \frac{1200}{3}$$

$$x = 40$$

Donc : Dans cette classe il y a $40\,\%$ des filles.

b) _ Comment on utilise un pourcentage :

Dans une classe il y a 40 élèves dont 15% sont des garçons. Calculons le nombre des garçons dans cette classe.

On considère le tableau suivant :

40	100
x	15

On a :

$$x = \frac{40 \times 15}{100}$$

$$x = \frac{600}{100}$$

$$x = 6$$

Donc : Dans cette classe il y a 6 garçons.

I_ collecte et organisation des données :

1/ Effectif : (Définition) :

L'effectif d'une donnée est le nombre de fois que cette donnée apparait.

2/ Effectif total : (Définition) :

L'effectif total est la somme des effectifs des données, noté : N.

3/ Fréquence : (Définition) :

La fréquence d'une donnée est le quotient de son effectif par l'effectif total.

4/ Exemple :

Après avoir corrigé un contrôle, le professeur a présenté les données suivantes.

10 ; 12 ; 12 ; 10 ; 16 ; 8 ; 9 ; 8 ; 9 ; 10
8 ; 10 ; 8 ; 10 ; 16 ; 12 ; 10 ; 12 ; 12 ; 16

1/ Choisissons comme donnée la note 10 :

*/ L'effectif de la note 10 est : 6

*/ L'effectif total est : 20 (C'est le nombre des élèves de cette classe).

*/ La fréquence de la note 10 est : $\frac{6}{20} = 0,3$

2/ Choisissons comme donnée la note 12 :

*/ L'effectif de la note 12 est : 5

*/ L'effectif total est : 20 (C'est le nombre des élèves de cette classe).

*/ La fréquence de la note 12 est : $\frac{5}{20} = 0,25$

5/ Tableau d'effectifs et de fréquences :

On considère l'exemple si dessus

Données (notes)	8	9	10	12	16
Effectifs	4	2	6	5	3
Fréquences	0,2	0,1	0,3	0,25	0,15

*/ Remarques :

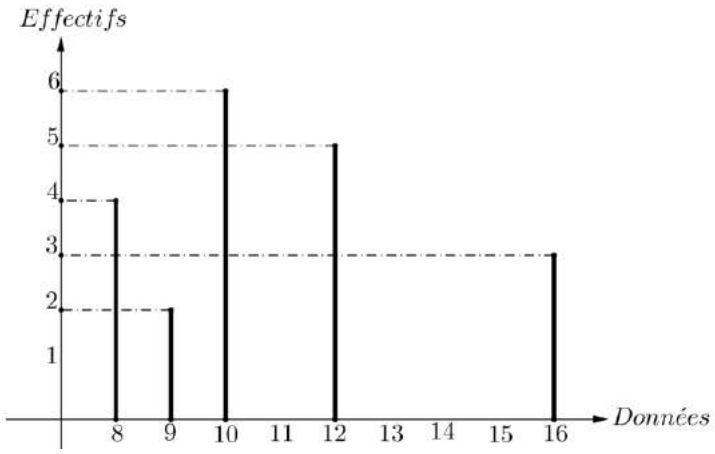
1/ Une fréquence est comprise entre 0 et 1.
2/ La somme des fréquences des données est égale toujours à 1.

II_ Représentation des données :

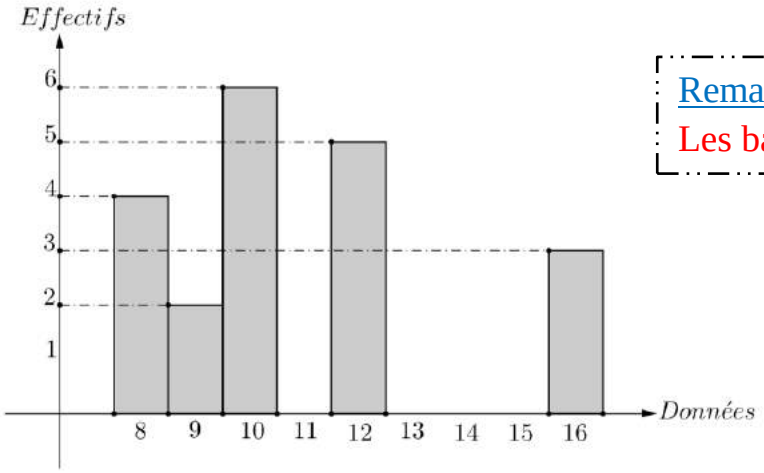
On considère le tableau suivant :

Données (notes)	8	9	10	12	16
Effectifs	4	2	6	5	3
Fréquences	0,2	0,1	0,3	0,25	0,15

1/ Diagramme en bâtons :



2/ Diagramme à barres (Histogramme) :



Remarque :
Les barres ont la même largeur

	Prismes droits et cylindriques	ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⴷ ⵓⵙⵉⵍⵖ ⴰⵣⵣⵓⵍⴰⵏ المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني Académie Régionale d'Education et de Formation Région de Casablanca - Settat Délégation de Mohammedia
	1ASC	
	Mathématiques	

I_ Prisme droit :

1/ Définition :

Un prisme droit est un solide constitué de deux faces identiques parallèles entre elles de forme polygonale (Rectangle, triangle, carré, etc..),qui constituent les BASES du prisme.
Il est également constitué de FACES LATERALES rectangulaires toutes perpendiculaires aux bases.

2/ Exemples :